ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGÔ TRỌNG THÀNH

ĐƯỜNG TRÒN SODDY VÀ CÁC VẤN ĐỀ LIÊN QUAN

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2019

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGÔ TRỌNG THÀNH

ĐƯỜNG TRÒN SODDY VÀ CÁC VẤN ĐỀ LIÊN QUAN

Chuyên ngành: Phương pháp Toán sơ cấp
Mã số: 8 46 01 13

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
PGS.TS. Nguyễn Việt Hải

THÁI NGUYÊN - 2019

Mục lục

Danh mục hình

Lời cảm ơn

Để hoàn thành được luận văn một cách hoàn chỉnh, tôi luôn nhận được sự hướng dẫn và giúp đỡ nhiệt tình của PGS.TS. Nguyễn Việt Hải, Giảng viên cao cấp Trường đại học Hải Phòng. Tôi xin chân thành bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến thầy và xin gửi lời tri ân nhất của tôi đối với những điều thầy đã dành cho tôi.

Tôi xin chân thành cảm ơn phòng Đào tạo, Khoa Toán Tin, quý thầy cô giảng dạy lớp Cao học K11 (2017 - 2019) Trường đại học khoa học - Đại học Thái Nguyên đã tận tình truyền đạt những kiến thức quý báu cũng như tạo điều kiện cho tôi hoàn thành khóa học.

Tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành nhất tới gia đình, bạn bè, những người đã luôn động viên, hỗ trợ và tạo mọi điều kiện cho tôi trong suốt quá trình học tập và thực hiện luận văn.

Xin trân trọng cảm ơn!

Hải Phòng, tháng 12 năm 2019
Người viết Luận văn

Ngô Trọng Thành

Mở đầu

1. Mục đích của đề tài luận văn

Các đường tròn Soddy của tam giác ABC có những tính chất đặc biệt, bài toán dựng các đường tròn Soddy là trường hợp riêng quan trọng của bài toán Apolilonius. Cha đẻ của đường tròn Soddy, điểm Soddy, đường thẳng Soddy, tam giác Soddy,.. là Frederick Soddy, người đã dành được giải thưởng Nobel về Hóa học. Phát triển các khái niệm này trong những năm gần đây, nhiều tác giả (N. Dergiades năm 2007, M. Jackson năm 2013, M. Jackson và Takhaev năm 2015, 2016) đã công bố các phát hiện hình học sâu sắc sinh ra từ đường tròn Soddy. Bài toán đặt ra là làm thế nào dựng được các đường tròn Soddy, xác định các bán kính của chúng theo các yếu tố của tam giác cho trước? các đường tròn Soddy, các đường thẳng Soddy có liên quan gì với các đường tròn và đường thẳng đã biết khác? Trình bày cách giải quyết các bài toán trên là lý do để tôi chọn đề tài "Đường tròn Soddy và các vấn đề liên quan". Mục đích của đề tài là:

- Trình bày các khái niệm, cách xác định đường tròn Soddy, tính được các bán kính, tìm được các tính chất mới của đường tròn Soddy nội và đường tròn Soddy ngoại. Từ đó đưa ra cách dựng và phương trình các đường tròn, đường thẳng Soddy trong tọa độ barycentric.

- Xác định mối quan hệ của tam giác Soddy với các điểm và đường thẳng đặc biệt khác.

- Phân loại được các tam giác lớp $\kappa = t_a + t_b + t_c$ và lớp $\hbar = t_b + t_c$, khảo sát các trường hợp đặc biệt của 2 lớp đó.

2. Nội dung đề tài, những vấn đề cần giải quyết

Nội dung luận văn được chia làm 3 chương:

Chương 1. Kiến thức bổ sung

Nhắc lại và bổ sung hai chủ đề cơ bản được sử dụng làm công cụ giải quyết bài toán đặt ra: Phép nghịch đảo và tọa độ barycentric, chương này gồm các mục:

1.1. Phép nghịch đảo trong mặt phẳng

1.2. Tọa độ barycentric thuần nhất

Chương 2. Các đường tròn Soddy

Nội dung chương này đề cập đến sự xác định các đường tròn Soddy cùng các bộ phận của nó bằng phương pháp hình học sơ cấp và phương pháp tọa độ. Đây là một trong những trọng tâm của luận văn. Chương này bao gồm các mục sau (tổng hợp, bổ sung từ các bài báo [1], [3], [7]):

2.1. Định nghĩa và cách dựng các đường tròn Soddy

2.2. Bán kính các đường tròn Soddy

2.3. Đường tròn Soddy trong tọa độ barycentric

2.4. Tam giác Soddy và tam giác Euler-Gergonne-Soddy

Chương 3. Một số vấn đề liên quan

Chương 3 xét các vấn đề liên quan đến đường tròn Soddy, tam giác Soddy, thực chất là các trường hợp riêng quan trọng liên quan đến các khái niệm khác trong hình học, chẳng hạn tam giác Heron. Chương này được tham khảo và tổng hợp theo các bài báo [4], [5]. Nội dung gồm:

3.1. Tam giác kiểu Soddy

3.2. Các tam giác lớp $\kappa = t_a + t_b + t_c$

3.3. Các tam giác lớp $\hbar = t_b + t_c$.

Chương 1

Kiến thức bổ sung

Ta nhắc lại và bổ sung hai nội dung cần cho các chương sau: Thứ nhất, điểm qua về phép nghịch đảo đã được nghiên cứu trong Giáo trình hình học sơ cấp; Thứ hai, bổ sung thêm tọa độ barycentric (dạng hình học giải tích), phát triển từ khái niệm tâm tỷ cự quen thuộc.

1.1 Phép nghịch đảo trong mặt phẳng

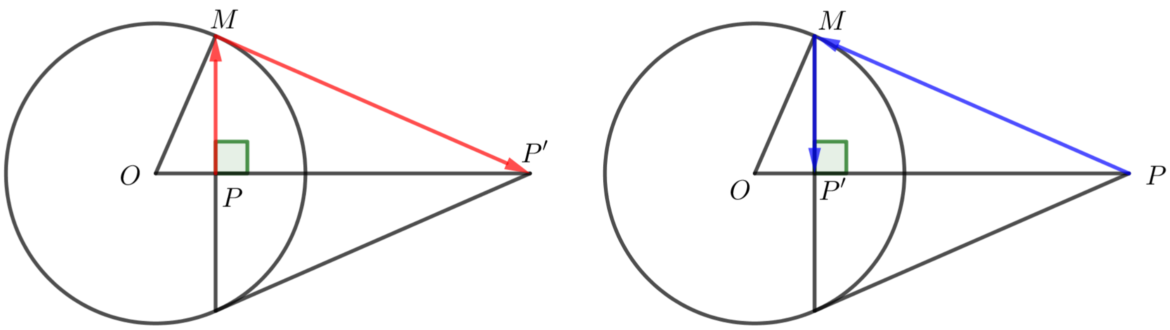
Ta nhắc lại một số định nghĩa, tính chất quan trọng của phép nghịch đảo qua đường tròn hay còn gọi là *phép đối xứng qua đường tròn* trên mặt phẳng Euclide. Các chứng minh chi tiết có thể tìm thấy trong các giáo trình Hình học sơ cấp hiện hành.

1.1.1 Định nghĩa và tính chất

Định nghĩa 1.1. *Trên mặt phẳng cho đường tròn tâm O, bán kính R. Phép nghịch đảo cực O, phương tích $k = R^2$ là phép biến đổi trên mặt phẳng, biến $P \mapsto P'$ sao cho nếu $P \neq O$ thì $OP.OP' = R^2$; nếu $P \equiv O$ thì $P' \longleftrightarrow \infty$.*

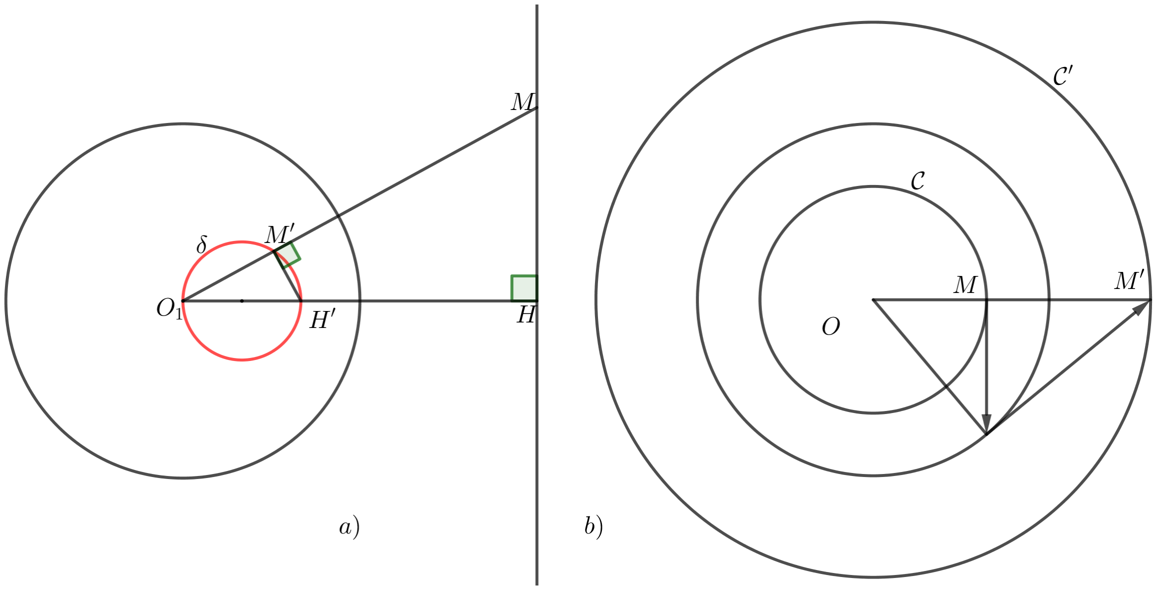
Ta ký hiệu phép nghịch đảo đó là $f^O_{R^2}$, đường tròn (O, R) được gọi là *đường tròn nghịch đảo*. Phép nghịch đảo này cũng gọi là phép đối xứng qua đường tròn.

Dễ thấy phép nghịch đảo có tính chất đối hợp, tức là $\left(f^O_{R^2}\right)^2 = Id$. Từ



Hình 1.1: Ảnh nghịch đảo của điểm

định nghĩa ta suy ra các tính chất sau của phép nghịch đảo:



Hình 1.2: a) Ảnh đường thẳng không qua cực; b) Ảnh đường tròn có tâm là cực

a) Qua phép nghịch đảo $f^O_{R^2}$, đường tròn nghịch đảo (O, R) biến thành chính nó, nói cách khác, đường tròn nghịch đảo là hình kép tuyệt đối (tương tự trục đối xứng trong phép đối xứng). Mọi điểm ở trong (O, R) biến thành điểm ở ngoài và ngược lại.